

## 8 SUCESIONES NUMÉRICAS. PROGRESIONES

### Actividades finales

#### PARA PRACTICAR Y APLICAR

8.47 Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones.

a)  $a_n = 3n - 5$

b)  $b_n = -4n + 12$

c)  $c_n = n^2 - n$

d)  $d_n = 3n^3 + 2$

a)  $-2, 1, 4, 7, 10$

b)  $8, 4, 0, -4, -8$

c)  $0, 2, 6, 12, 20$

d)  $5, 26, 83, 194, 377$

8.48 Halla el término general de estas sucesiones.

a)  $9, 10, 11, 12, 13\dots$

c)  $-3, -1, 1, 3, 5\dots$

b)  $0, 3, 6, 9, 12\dots$

d)  $4, 7, 12, 19, 28\dots$

a)  $a_n = 8 + n$

b)  $a_n = 3n - 3$

c)  $a_n = -5 + 2n$

d)  $a_n = n^2 + 3$

8.49 Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones recurrentes.

a)  $a_1 = -1, \quad a_n = a_{n-1}^2 - a_{n-1} \quad (n > 1)$

b)  $a_1 = 0, a_2 = 5, \quad a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2} - 1 \quad (n > 2)$

a)  $a_1 = -1, \quad a_n = a_{n-1}^2 - a_{n-1} \quad -1, 2, 2, 2, 2\dots$

b)  $a_1 = 0, a_2 = 5 \quad a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2} - 1 \quad 0, 5, 14, 46, 151\dots$

8.50 De las siguientes sucesiones, indica cuáles son aritméticas y cuáles son geométricas. Escribe en cada caso la diferencia o la razón.

a)  $3, 6, 9, 12\dots$

b)  $10, 5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\dots$

c)  $15, 9, 3, -3\dots$

d)  $\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27\dots$

a) Progresión aritmética: diferencia 3

c) Progresión aritmética: diferencia  $-6$

b) Progresión geométrica: razón  $\frac{1}{2}$

d) Progresión geométrica: razón 3

8.51 Escribe la diferencia y el término general de las progresiones aritméticas de las que se conocen los siguientes datos.

a)  $a_1 = 5$  y  $a_7 = 26$

b)  $a_3 = 18$  y  $a_4 = 20$

a)  $26 = 5 + 6d$

b)  $d = a_4 - a_3 = 2$

$$d = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 20 = a_1 + 6 \Rightarrow a_1 = 14$$

$$a_n = 5 + \frac{7}{2}(n - 1) = \frac{7n}{2} + \frac{3}{2}$$

$$a_n = 14 + 2(n - 1)$$

8.52 El alquiler de una pista de tenis cuesta 12 euros la primera hora y 6 euros más cada nueva hora. ¿Cuál es el coste durante  $n$  horas?

Sucesión de los precios: 12, 18, 24, 30...

Fórmula general:  $12 + 6(n - 1)$

## 8 SUCESIONES NUMÉRICAS. PROGRESIONES

**8.53** El primer piso de un rascacielos tiene una altura de 5 metros, y cada uno de los siguientes pisos tiene 3 metros de altura.

- a) Halla la altura a la que está una persona que se asoma por la planta 23.  
b) Si una persona se encuentra a 107 metros de altura del suelo, ¿en qué planta está?  
c) Si el rascacielos tiene 58 plantas, ¿cuál es su altura total?

a) Planta 23:  $5 + 22 \cdot 3 = 71$  m

b)  $107 = 5 + 3(n - 1)$   
Resolviendo:  $n =$  planta 35

c) Altura:  $5 + 3 \cdot 57 = 176$  m

**8.54** Calcula la suma de los 20 primeros términos de cada una de las progresiones aritméticas de las que se conocen los siguientes datos.

a)  $a_1 = 12$  y  $d = 3$

b)  $a_1 = 7$  y  $a_{20} = 121$

c)  $a_{20} = 45$  y  $d = -5$

a)  $S_{20} = \frac{(12 + 12 + 3 \cdot 19) \cdot 20}{2} = 810$

b)  $S_{20} = \frac{(7 + 121) \cdot 20}{2} = 1280$

c)  $S_{20} = \frac{(45 + 45 + 5 \cdot 19) \cdot 20}{2} = 1850$

**8.55** Las medidas de los lados de un cuadrilátero forman una progresión aritmética de razón 12. Si su perímetro mide 152 centímetros, ¿cuáles son sus medidas?

Medida del primer lado:  $a$

Ecuación:  $a + (a + 12) + (a + 24) + (a + 36) = 152$

Se opera:  $4a + 72 = 152 \Rightarrow 4a = 80$

Valor del primer lado:  $a = 20$  cm

Lados: 20 cm, 32 cm, 44 cm, 56 cm

**8.56** Halla los ángulos de un cuadrilátero, sabiendo que están en progresión aritmética y que el menor mide  $60^\circ$ .

Medida del primer ángulo:  $60^\circ$

Sucesión:  $60 + 60 + d + 60 + 2d + 60 + 3d = 360$

Se opera:  $240 + 6d = 360$

Por tanto,  $d = 20$

Los ángulos son:  $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$

**8.57** Un corredor se entrena en una pista de 250 metros. Su entrenador, para cuantificar su cansancio, le cronometra los tiempos que tarda en hacer 3, 6, 10 y 20 vueltas. ¿Cuántos metros habrá recorrido en cada cronometraje?

Primer cronometraje:  $250 \cdot 3 = 750$  m

Segundo cronometraje:  $250 \cdot 6 = 1500$  m

Tercer cronometraje:  $250 \cdot 10 = 2500$  m

Cuarto cronometraje:  $250 \cdot 20 = 5000$  m

**8.58** La suma de los cinco primeros términos de una progresión aritmética es 540. Si la diferencia de la progresión es 10, ¿cuál es el valor de cada término?

Ecuación:  $540 = (a_1 + a_1 + 10 \cdot 4) \cdot \frac{5}{2}$

$a_1 = 88$

Sucesión: 88, 98, 108, 118, 128

## 8 SUCESIONES NUMÉRICAS. PROGRESIONES

8.59 El quinto término de una progresión geométrica vale 160, y el segundo término, 20.

¿Cuánto vale la razón?

$$a_5 = a_1 \cdot r^4 = a_1 \cdot r \cdot r^3 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 160 = 20 \cdot r^3$$

Valor de la razón:  $8 = r^3$ , de donde  $r = 2$

8.60 El término duodécimo de una progresión geométrica es 72, y la razón,  $\frac{1}{2}$ .

¿Cuánto vale el término octavo?

$$a_{12} = a_1 \cdot r^{11} = a_1 \cdot r^7 \cdot r^4 = a_8 \cdot r^4 \Rightarrow 72 = a_8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Se opera:  $a_8 = 72 \cdot 2^4 = 1152$

8.61 Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada 5 minutos.

Si pasada media hora hay 1920 bacterias.

a) ¿Cuál era la población inicial?

b) ¿Cuántas habrá pasada una hora?

a) Poblaciones anteriores: 1920, 960, 480, 240, 120, 60, 30

Población inicial de bacterias: 30

b)  $a_1$ : Población inicial

$a_7$ : Población a los 30 minutos

$a_{13}$ : Población a la hora

$$a_{13} = a_1 \cdot r^{12} = 30 \cdot 2^{12} = 122880$$

8.62 Se deja caer una pelota de goma desde una cierta altura, y después de cada rebote alcanza una altura que es las dos terceras partes de la altura del bote anterior.

Si el quinto bote es de 48 centímetros, ¿desde qué altura se tiró la pelota?

Se puede obtener la sucesión procediendo en sentido inverso.

Constante de caída:  $\frac{2}{3}$

Proceso inverso: multiplicar por  $\frac{3}{2}$

48 cm, 72 cm, 108 cm, 162 cm, 243 cm, 364,5 cm

Por tanto, cayó de una altura de 364,5 cm

8.63 En la final de la fase de un concurso, un concursante acierta la superpregunta. El presentador le ofrece dos posibles premios, y el concursante, en tan solo 10 segundos, tiene que elegir uno de ellos.



¿Cuál es el mejor premio?

a) Elección primera

Se trata de una progresión aritmética.

Términos: 100, 200, 300..., 2400

$$\text{Euros: } (100 + 2400) \cdot 12 = 30000$$

El mejor premio es la segunda elección.

b) Elección segunda

Se trata de una progresión geométrica.

Términos: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256...

$$\text{Suma de céntimos: } (2 \cdot 2^{24} - 1) = 33554431$$

Euros: 335544,31